LAHENDUSED 8.KLASS

1. **Vastus: Nelja päevaga läbisid nad kokku 150 km.**

Lahendus:

Olgu kolmel viimasel päeval kokku läbitud teepikkus x km. Nelja päevaga läbisid nad siis $x + 30$ km.
Et teisel päeval läbisid nad 20% allesjäänud teest, siis teisel päeval läbisid nad $0{,}2x$ km.
Et kolmandal päeval läbisid nad 1,5 koda pikema maa, kui teisel päeval, siis kolmandal päeval läbisid nad $1{,}5 \cdot 0{,}2x$ km = $0{,}3x$ km.
Neljandal päeval läbisid nad $1{,}5 \cdot 40$ km = 60 km.
Seega kolme viimase päevaga läbisid nad kokku $0{,}2x$ km + $0{,}3x$ km + 60 km.
Saame võrduse x km = $0{,}2x$ km + $0{,}3x$ km + 60 km. Siit $x - 0{,}5x = 60$, millest $0{,}5x = 60$ ja $x = 120$.
Järelikult nelja päevaga läbisid nad kokku 30 km + 120 km = 150 km.

Hindamine:

Tähistatud kolmel viimasel päeval läbitud teepikkus (või kogu teepikkus ja sealt avaldatud)	1p
Avaldatud teisel päeval läbitud tee pikkus	1p
Avaldatud kolmandal päeval läbitud tee pikkus	1p
Avaldatud neljandal päeval läbitud tee pikkus	1p
Kirja pandud õige võrrand, millest saab leida otsitava	1p
Võrrandi õigesti lahendamine ja vastuse leidmine	2p
	7p

Ainult õige vastuse eest anda 2p

2. **Vastus: Klotside vähim võimalik arv on 89.**

Lahendus:

Klotside kõrgused tornides on vastavalt 21, 18 ja 4 ühikut. Et kõik tornid olid sama kõrgusega, siis tornide kõrgus peab jaguma arvudega 21, 18 ja 4. Et küsitakse vähimat võimalikku klotside arvu, siis torni kõrguseks peab olema arvude 21, 18 ja 4 vähim ühiskordne.
Et $21 = 3 \cdot 7$, $18 = 2 \cdot 3^2$ ja $4 = 2^2$, siis $VÜK(21;18;4) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 7 = 252$.
Seega kõik tornid on kõrgusega 252. Neist esimeses on $252 : 21 = 12$ klotsi, teises $252 : 18 = 14$ klotsi ning kolmandas $252 : 4 = 63$ klotsi.
Seega vähim võimalik klotside arv on $12 + 14 + 63 = 89$.

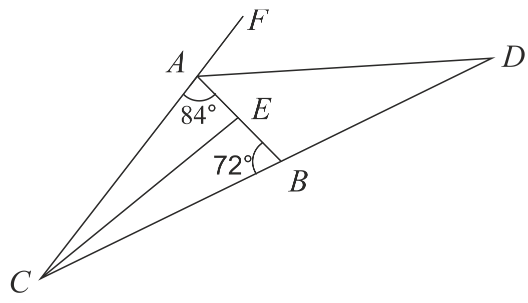
Hindamine:

Leitud klotside kõrgused igas tornis	1p
Aru saadud, et see peab olema nende arvude VÜK	1p
Leitud nende arvude VÜK	2p
Leitud mitu klotsi igas tornis on	2p
Leitud kogu klotside arv	1p
	7p

Ainult õige vastuse eest anda 2p.

3.

Lahendus:



Kolmnurgast *ABC* saame, et

$\angle ACB = 180° - \angle ABC - \angle CAB = 180° - 72° - 84° = 24°.$

Et *CE* on nurga *ACB* poolitaja, siis $\angle ACE = \angle ECB = 12°.$

Seega kolmnurgast *ACE* saame, et

$\angle AEC = 180° - 12° - 84° = 84°.$

Seega kolmnurk *ACE* on võrdhaarne ja *AC* = *CE*.

Nurk *BAF* on suurusega $180° - \angle CAB = 180° - 84 = 96°.$ Et *AD* poolitab nurga *BAF*, siis $\angle BAD = \angle DAF = 96° : 2 = 48°.$ Seega nurk *CAD* on suurusuga 84° + 48° = 132°.

Vaadates kolmnurka A*CD* saame, et nurk *CDA* on suurusega $\angle CDA = 180° - \angle ACD - \angle CAD = 180° - 24° - 132° = 24°.$ Seega kolmnurk *ACD* on võrdhaarne ja *CA* = *AD*.

Oleme saanud, et *AC* = *CE* ja *CA* = *AD*, millest saamegi C*E* ja *AD* on võrdsete pikkustega.

Hindamine:

Leitud nurga *ACB* suurus	1p
Leitud nurga *CAD* suurus	1p
Leitud nurga *ADC* suurus ja saadud, et *CA* ja *AD* on võrdsete pikkustega	2p
Leitud nurga *CEA* suurus ja saadud, et *CA* ja *CE* on võrdsete pikkustega	2p
Kahest võrdusest kokku tehtud järeldus	1p
	7p

4. **Vastus: Nende arvude korrutis on 1006434.**

Lahendus:

Paneme tähele, et esimesse ritta lisanduv arv on alati 4 võrra suurem vahetult eelnenud ilmunud arvust ning teise ritta ilmuv arv on 5 võrra suurem vahetult eelnenud arvust.
Seega (k+1)-ndal korral ilmub esimesse ritta arv $1 + k \cdot 4$ ja teise ritta arv $2 + k \cdot 5$.
Seega saame, et $1 + k \cdot 4 + 2 + k \cdot 5 = 2019$.
Siit saame, et $3 + k \cdot 9 = 2019$, millest $k \cdot 9 = 2016$ ja $k = 224$.
Seega esimesse ritta ilmus arv $1 + 224 \cdot 4 = 897$ ja teise ritta ilmus arv $2 + 224 \cdot 5 = 1122$.
Nende arvude korrutis on $897 \cdot 1122 = 1006434$

Hindamine:

Tähelepanekud, milliste seaduspärasuste põhjal arvud ridadesse ilmuvad	1p
Kirjutatud üldised reeglid, millised arvud lisanduvad ridadesse sel sammul	1p
Kirjutatud ilmunud arvude summa jaoks avaldis ja see õigesti lahendatud	2p
Avaldisest leitud mitmendal sammul need arvud ilmuvad	1p
Leitud ridadesse ilmuvad arvud	1p
Leitud nende korrutis	1p
	7p

Ainult õige vastuse eest anda 2p

5. **Vastus: Selline pinginaabrite vahetamine ei ole võimalik.**

Lahendus:

Et igaüks sai öelda minu pinginaaber on valetaja, siis igas pingis istujatest üks pidi olema tõerääkija ja teine valetaja.
Et klassis oli kokku 26 õpilast, siis järelikult valetajaid pidi olema 13 ja ka tõerääkijaid pidi olema 13.
Tõerääkija saab öelda, et tema pinginaaber räägib tõtt, kui tema pinginaabriks ongi ka tõerääkija.
Valetaja saab öelda, et tema pinginaaber räägib tõtt, vaid siis kui tema pinginaabriks on ka valetaja. Seega peaks pärast kohtade vahetamist olema olukord, et valetajad istuvad paaride kaupa ja ka tõerääkijad istuvad paaride kaupa. Et aga mõlemaid on paaritu arv, siis see ei ole võimalik.

Hindamine:

Järeldus, et algul igas pingis istujatest üks oli tõerääkija ja teine valetaja	3p
Järeldus, et mõlemat liiki õpilasi oli 13	1p
Näidatud, et vahetamiste tulemusena peaks nii valetajad kui ka tõerääkijad istuma paaride kaupa	2p
Kirjutatud, et kuna kumbagi liiki õpilasi on paaritu arv, siis see ei ole võimalik	1p
	7p